

TehoMatikka 2

Matematiikan interaktiivinen opetusohjelma

Käyttöohje



Lahden Teho-Opetus Oy

TehoMatikka 2

Matematiikan interaktiivinen opetusohjelma

Yleiskuvaus

Tämä helppokäyttöinen matematiikan interaktiivinen opetusohjelma kattaa yhdessä TehoMatikka 1:n kanssa valtaosan lukion lyhyen matematiikan oppisisällöstä. Useat osiot on käyttökelpoisia myös pitkän matematiikan opiskelijoille. TehoMatikka 2 sisältää seuraavat osiot:

- ◆ Yhtälön sovelluksia
- ◆ Trigonometria (ja Pythagoraan lause)
- ◆ Geometria
- ◆ Avaruusgeometria
- ◆ Avaruusgeometrian sovelluksia
- ◆ Eksponenttifunktio
- ◆ Eksponenttiyhtälöt
- ◆ Logaritmifunktio
- ◆ Polynomifunktion derivaatta
- ◆ Polynomifunktion ääriarvot
- ◆ Polynomifunktion suurin ja pienin arvo
- ◆ Polynomifunktion ääriarvosovelluksia
- ◆ Todennäköisyyslaskenta
- ◆ Yksikkömuunnoksia

Jokaisesta osiosta on teoriaosa ja harjoitusosa. Teoria esitetään puhuttuna ja ydinkohdat näytetään ruudulla. Puheäänen voi halutessaan kytkeä pois. Harjoitusosa sisältää runsaasti erilaisia tehtäviä ratkaisuihin. Useimmissa osioissa voidaan valita tehtävien vaikeustaso tai tehtävätyyppi tai molemmat. Tehtäviä annetaan satunnaisessa järjestyksessä, joten eri harjoituskerroilla saa erilaisen tehtäväsarjan. Sellaisissa osioissa, joissa on rajallinen määrä periaatteeltaan erilaisia tehtäviä, pyritään tehtäviä antamaan niin, että helpompia tehtäviä tulee ensin ja sitten vaikeampia. Kun kaikki erityyppiset tehtävät on käyty läpi, käyttäjälle annetaan ilmoitus siitä, että nyt erityyppiset tehtävät on käyty läpi. Tällöin käyttäjä tietää, että jatkaessaan saman osion tehtävillä hän saa samantyyllisiä tehtäviä kuin jo ratkaistut tehtävät, mutta eri numeroarvoilla.

Tehtäviä ratkaistessaan opiskelija saa halutessaan vaihekohtaisia ohjeita. Silloin ohjelma neuvoo, mitä seuraavaksi on tehtävä (ja miksi). Tehtävistä on mahdollisuus pistäytyä teoria-puolella katsomassa tähän aiheeseen liittyvä teoria ja palata harjoitukseen. Useimmissa osioissa on ruudulta varattu opiskelijalle vapaasti, esim. välivaiheiden laskemiseen, käytettävä "suttupaperi", jonka sisältöä ohjelmassa ei tutkita. Niinikään opiskelija voi ottaa käyttöön laskimen, mikäli osion tehtävissä laskinta katsotaan tarvittavan. Tehtäviä ratkaistaessa ei siis tarvita välttämättä muuta kuin tietokone, johon ohjelma on asennettu! Tehtävä ratkaisuihin on tulostettavissa.

Opiskelijan suoritukset arvioidaan ja niistä saa max 6 pistettä/tehtävä paitsi logaritmfunktion tehtävissä max 8 pistettä/tehtävä. Pisteitä ei anneta niistä vastauksista, jotka annetaan ratkaisun katsomisen jälkeen. Harjoittelukerran päätteeksi opiskelija voi tulostaa seurantaan varten raportin, josta ilmenee opiskelijan nimi, päivämäärä, läpikäytyjen tehtävien lukumäärä, saatu pistemäärä sekä osiokohtaisia tietoja esim. siitä, mihin osion alaryhmään kuuluvia tehtäviä tehtiin ja minkä verran tarvittiin ohjeistusta. Raportin voi tulostaa harjoittelukerran aikana vain yhdellä nimellä, joten jos tulostat naapurin nimellä, jäät itse ilman raporttia! Loppuraportin voi lisäoptiona saatavan sähköpostiosion avulla ohjata suoraan TehoMatikka- ohjelmasta sähköpostina opettajalle.

Ohjelman asentaminen

Valitaan *Käynnistä*-valikosta *Suorita*. *Avaa*-riville kirjoitetaan

CD-aseman tunnus:asenna

Esim. **D:asenna**

Tilantarve asennustavasta riippuen:

Typical:	harjoitukset + teorit äänellä varustettuna,	tilantarve 297 MB
Compact:	harjoitukset + teorit ilman ääntä,	tilantarve 16,2 MB
Custom:	asennettavat osiot voidaan itse valita	

HUOM! Jos ohjelma on jo asennettu ja asennusvaihtoehto halutaan vaihtaa, vanha asennus on purettava ennen uutta asennusta.

Asennuksen purkaminen:

Valitaan *Käynnistä*-valikosta *Asetukset* ja sen alavalikosta *Ohjauspaneeli*. Napautetaan hiirellä kohtaa *Lisää tai poista sovellus* ja valitaan listasta *TehoMatikka2*.

Laitteistovaatimus:

- IBM-yhteensopiva tietokone + CD-ROM,
- äänikortti, mikäli äänet halutaan asentaa (HUOM! Mikäli koneessa ei ole äänikorttia, älä asenna ääniä!)
- näyttö vähintään SVGA, värien määrä vähintään 256 paitsi avaruusgeometrian 3-ulotteisissa kuvissa vähintään 2^{16}
- keskusmuistia vähintään 32 MB, mielellään 64MB
- käyttöjärjestelmä Windows 95 (tai uudempi), NT

Osioiden värivalinnat

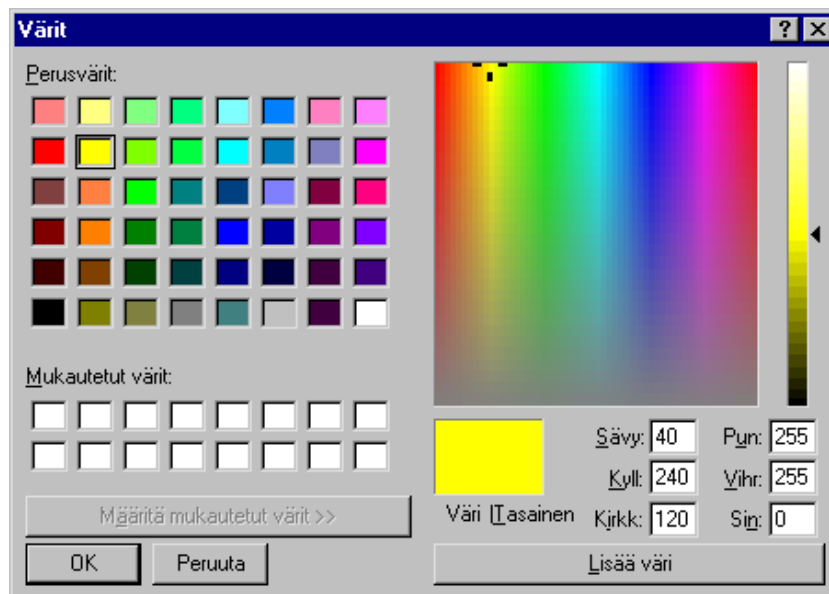
Sekä teoria- että harjoitusosioissa käyttäjä voi itse valita haluamansa taustaväri ja teoriaosioissa myös tekstin ja esimerkkien väriin.

Harjoitusosioiden taustaväri voidaan valita valikon *Asetuksia*- kohdasta ja se koskee silloin kaikkia harjoitusosioita. Valinta on voimassa seuraavaan värinvaihdokseen asti.

Teoriaosioiden taustaväri, esimerkkien väri tai tekstiväri voidaan vaihtaa miltä hyvänsä teoriaosuuden sivulta. Valinta koskee kaikkia teoriaosioita ja on voimassa seuraavaan värinvaihdokseen asti.

Ohjelma tarkistaa väriä vaihdettaessa sen, etteivät taustaväri ja tekstiväri ole niin samanlaiset, ettei teksti erotu taustasta.

Väriä vaihdettaessa saadaan seuraavanlainen väripaletti:



Voimassa oleva värivalinta näkyy ruudussa *Väri*. Haluttu väri saadaan valitsemalla jokin perusväreistä tai klikkaamalla sopivassa kohdassa oikean reunan väripaletilla. Valinta vahvistetaan painamalla OK- painiketta.

Harjoitustehtävien ohjeistus

Harjoitustehtäviä voidaan ratkaista joko ohjeiden kanssa tai ilman. Ohjeet ovat tilannekohtaisia **matemaattisia** ohjeita. Ohjelma pitää kirjaa ohjeiden käytöstä ja laskee loppuraporttia varten niiden tehtävien lukumäärän, joissa käytettiin matemaattisia ohjeita. **Ohjelman käyttöön liittyviä** ohjeita on aina tarvittaessa saatavilla, eikä niiden käytöstä pidetä kirjaa.

Matemaattisten ohjeiden suhteen käytetään seuraavia tapoja:

- 1) Ohjepainikkeet ovat aina näkyvissä ja ohjelma rekisteröi niiden käytön. Jos käyttäjä painaa ohjepainiketta, tehtävä, jonka ratkaisemisen aikana painaminen tapahtui, lasketaan ohjeistettuihin tehtäviin.
- 2) Käyttäjä voi valita “Täydelliset ohjeet päälle/pois”- painikkeella, ovatko matemaattiset ohjeet käytettävissä. Ne tehtävät, joiden aikana ohjeet ovat päällä, lasketaan tehtäviin, joissa käytettiin ohjeita.

Ohjelman käyttö

Ohjelman käynnistäminen:

Valitaan *Käynnistä* -valikon *Ohjelmat* -osasta *TehoMatikka* ja sen alavalikosta *TehoMatikka2*. Silloin saadaan seuraavanlainen näyttö:





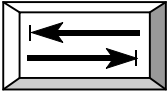

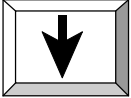


Tästä voidaan edetä haluttuun osioon joko napauttamalla hiirellä sopivaa laskimen painiketta tai yläreunan valikkoa käyttäen.

Laskimen painikkeiden sininen väri viittaa teoriaosuuksiin, vihreä väri harjoituksiin ja harmaa väri yleiskäyttöisiin toimintoihin.

Sopivan osion valinnan jälkeen edetään käyttämällä ko. osion painikkeita.

Teorian osioissa edetään käyttämällä valikon *Seuraava*- tai *Edellinen*- valintoja tai nuolinäp-

päimillä  (= taaksepäin) tai  (= eteenpäin) .

Harjoitusosioissa kentstä toiseen voidaan siirtyä, paitsi hiirellä napauttamalla, myös käyttämällä sarkain -näppäintä  (= seuraavaan kenttään) tai  (= edelliseen kenttään) ja  (= seuraavaan kenttään) -näppäimiä. Vastauksen arviointi voidaan pyytää painamalla  -painiketta tai  -näppäintä.

Ratkaisuikkuna ja raportti-ikkuna on toteutettu niin, että ikkuna on suljettava ennen kuin päästään muihin ikkunoihin. Loppuraportin tulostus tapahtuu kunkin osion sisältä.

Harjoitusosioita saa pitää käynnissä yhden kerrallaan. Samoin teoriaosioita voi olla käynnissä yksi kerrallaan.

Harjoitusosioissa on useasti estetty kirjoittamasta vastausruutuihin muita kuin ko. tehtävään liittyviä merkkejä.

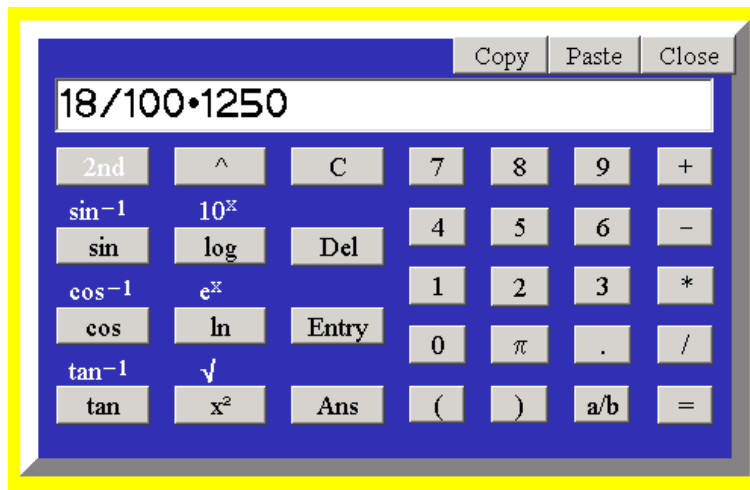
Teoriaosioissa aiheet ja esimerkit, jotka eivät ole lukion lyhyen matematiikan keskeistä oppisisältöä, on merkitty tähdellä *.

Osiot voidaan lopettaa myös ESC- tai F12- näppäimillä.

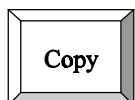
Laskin

TehoMatikka-ohjelmat sisältävät oman funktiolaskimen, joten tehtäviä ratkoessaan opiskelija ei tarvitse omaa laskinta. Laskin on käytettävissä niissä TehoMatikoiden harjoituksissa, joissa se on katsottu tarpeelliseksi.

Laskutoimitukset kirjoitetaan laskimen näyttöön samassa järjestyksessä kuin ne kirjoitetaan paperille. Laskimen näyttöön voidaan kirjoittaa joko klikkaamalla hiirellä laskimen näppäimiä tai kirjoittamalla suoraan näppäimistöltä.



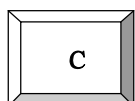
Laskimessa on kaikki tarvittavat laskutoimitukset ja yleisimmät matemaattiset funktiot. Lisäksi laskimessa on joitakin erikoisnäppäimiä, joita esitellään seuraavassa.



Kopioi laskimen näytön Windowsin leikepöydälle. Tämän toiminnon avulla voi siirtää laskimella laskettuja tuloksia TehoMatikan vastausruutuihin.



Siirtää Windowsin leikepöydän sisällön laskimen näyttöön. Tämän toiminnon avulla voi siirtää TehoMatikan lausekkeita suoraan ohjelmasta laskimeen. Tässä on kuitenkin muistettava, että esimerkiksi erikoismerkit, kuten °-merkki, on poistettava ennen laskimella laskemista.



Tyhjää laskimen näytön.



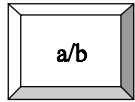
Poistaa viimeksi kirjoitetun merkin.

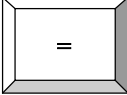


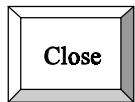
Palauttaa laskimella viimeksi lasketun lausekkeen.



Palauttaa laskimella viimeksi lasketun vastauksen.



Tämä murtolukunäppäin antaa vastauksen murtolukumuodossa, jos se on mahdollista. Jos haluat laskea murtoluvuilla, kirjoita ensin laskutoimitus murtolukumuodossa ja paina  -näppäintä. Saat desimaalimuotoisen vastauksen, jonka voit muuttaa murtoluvuksi painamalla murtolukunäppäintä.



Sulkee laskimen.

Osioiden sisällöt

Yhtälön sovelluksia

Teoria:

Annetaan ohjeita siitä, millä periaatteilla sanallisessa tehtävässä voisi lähteä muodostamaan yhtälöä. Ohjeita valaistaan muutamalla esimerkillä.

Harjoitukset:

Alussa valitaan tehtävien vaikeustaso:

- ◆ Perustehtävät
- ◆ Hieman vaikeammat tehtävät
- ◆ Harjoituksen vaikeimmat tehtävät
- ◆ Satunnaisesti kaikkia edellisiä

Tehtävien vaikeustasosta riippumatta opiskelija muodostaa ensin tehtävän ratkaisemiseksi tarvittavan yhtälön. Kun yhtälö on oikein muodostettu, se ratkaistaan välivaiheittain. Jokainen välivaihe arvioidaan. Lopuksi opiskelija kirjoittaa tehtävän vastauksen yksiköineen.

Perustehtävissä on kaksi muuttujaa, joiden välinen riippuvuus tunnetaan. Yhtälö muodostuu siitä, että myös näiden muuttujien summa tunnetaan.

Hieman vaikeammissa tehtävissä on kolme muuttujaa, jotka kyetään lausumaan yhden tuntemattoman avulla. Yhtälö muodostuu näiden muuttujien summan avulla.

Harjoitusten vaikeimmissa tehtävissä muuttujien väliset riippuvuudet eivät ole niin selkeitä kuin edellisessä ryhmässä. Mukana saattaa olla myös prosenttilaskua.

Loppuraportti ilmoittaa laskettujen tehtävien määrän tehtävätyypeittäin, niistä kertyneiden pisteiden määrän sekä niiden tehtävien lukumäärän, jotka ratkaistiin opastetusti ja jotka ratkaistiin ei-opastetusti.

Ensimmäisessä kuvassa näkyy tehtävä sekä ensimmäisen välivaiheen ohje, toisessa kuvassa ratkaisu loppuun saakka vietyinä:

Ensimmäisen asteen yhtälön sovelluksia

Tiedosto Asetukset

Tehtävä 5. Sini osti kaupasta kolmea tuotetta: A, B ja C. B maksoi 97 euroa vähemmän kuin A ja C 87 euroa enemmän kuin B. Kuinka paljon kukin tuote maksoi, jos ostokset maksoivat yhteensä 733 euroa?

Uusi tehtävä
Ratkaisu
Lopeta
Raportti
Tehtävätyyppi
Laskin
Teoria
Täydet ohjeet pois

Yhtälö tehtävän ratkaisemiseksi:

Arvostelu Ohjeet

Merkitse $x = B$:n hinta.

Esitä x :n avulla lausuttuna A:n hinta:

Arvostelu
Jatka

ja C:n hinta:

Pisteet: 0/6
Kokonaispisteet: 4/30

euro = E
vuosi = a
z = "

Ensimmäisen asteen yhtälön sovelluksia

Tiedosto Asetukset

Tehtävä 5. Sini osti kaupasta kolmea tuotetta: A, B ja C. B maksoi 97 euroa vähemmän kuin A ja C 87 euroa enemmän kuin B. Kuinka paljon kukin tuote maksoi, jos ostokset maksoivat yhteensä 733 euroa?

Uusi tehtävä
Ratkaisu
Lopeta
Raportti
Tehtävätyyppi
Laskin
Teoria
Täydet ohjeet pois

Yhtälö tehtävän ratkaisemiseksi:

$x + 97 + x + x + 87 = 733$

$3x = 549$

Suttupaperi
B: x
A: x+97
C: x+87

Osien suuruudet ovat:
183E
280E
270E

Pisteet: 2/6
Kokonaispisteet: 6/30

euro = E
vuosi = a
z = "

Trigonometria

Teoria:

Pythagoraan lause ja trigonometriset funktiot esimerkkitehtävineen.

Harjoitukset:

Alussa tehdään valinta tehtävätyypistä:

- ◆ Suorakulmainen kolmio, trigonometriset funktiot (tuntemattomana kulma)
- ◆ Suorakulmainen kolmio, trigonometriset funktiot (tuntemattomana sivu)
- ◆ Suorakulmainen kolmio, Pythagoraan lause
- ◆ Suorakulmainen kolmio, trigonometrisia funktioita ja Pythagoraan lausetta sekaisin
- ◆ Tasakylkinen kolmio
- ◆ Suorakulmaisista ja tasakylkisistä kolmioista sekaisin

Kolme ensimmäistä ryhmää ovat perustehtäviä, joissa on vain yksi tuntematon. Kolmiot ovat vaihtelevissa asennoissa, jotta kateetit ja hypotenuusa opittaisiin erottamaan.

Ryhmä "Suorakulmainen kolmio, trigonometrisia funktioita ja Pythagoraan lausetta sekaisin" sisältää tehtäviä, joissa on ratkaistava suorakulmaisen kolmion tiedot, kun kahden sivun pituudet tai yhden sivun pituus ja terävän kulman suuruus tunnetaan. Ratkaisutapoja on useita ja käyttäjä voi valita niistä mieleisensä. Myös ratkaisu esitetään käyttäjän valitsemalla ratkaisutavalla. Jos käyttäjä on ratkaissut tehtävästä vain osan ja katsoo ratkaisun, alkuosan ratkaisu näytetään käyttäjän valitsemalla tavalla ja jatketaan siitä loppuun jollakin mahdollisista ratkaisutavoista. Näin käyttäjä voi nähdä, miten ratkaisu olisi edennyt nimenomaan hänen valitsemallaan tavalla.

Ryhmä "Tasakylkinen kolmio" sisältää tehtäviä, joissa tasakylkisen kolmion tiedot on ratkaistava Pythagoraan lauseella ja trigonometrisillä funktioilla tai tasakylkisen kolmion tietoja käyttäen.

Viimeisen ryhmän tehtävät sisältävät kahden edellisen ryhmän tehtäviä sekaisin.

Kaikissa trigonometrian tehtävissä vastauksena annettava sivun pituus on esitettävä kahdella desimaalilla, kulman suuruus kokonaislukuna.

Loppuraportti ilmoittaa laskettujen tehtävien määrän tehtävätyypeittäin, niistä kertyneiden pisteiden määrän sekä niiden tehtävien lukumäärän, joissa käytettiin ohjeita.

Opiskelija voi tehdä kuvaan omia merkintöjään: apuviivoja tai tekstiä tavanomaisin aakkosin tai kreikkalaisaakkosin.

Viiva piirretään painamalla viivan aloituskohdassa hiiren vasen painike alas ja liikuttamalla hiirtä painike alas painettuna. Painike vapautetaan viivan päätepisteessä. Yksittäisen viivan voi poistaa klikkaamalla hiirellä jommassa kummassa viivan päätepisteessä. Kaikki omat merkinnät - niin viivat kuin tekstin - voi poistaa kerralla painikkeesta *Omat merkinnät pois*.

Tekstiä saa kuvaan painamalla ensin joko A :n vieressä näkyvää punaista palloa (= tekstiä tavallisin aakkosin) tai α :n vieressä olevaa punaista palloa (= tekstiä kreikkalaisaakkosin). Tekstin paikka näytetään klikkaamalla kuvan alueella sopivaa kohtaa.

Silloin opiskelija saa rivin, johon haluttu teksti kirjoitetaan. Enterin painalluksella teksti jää kuvaan. Teksti on hiirellä raahaamalla siirrettävissä haluttuun paikkaan kuvassa. Yksittäisen tekstin voi poistaa kuvasta kaksoisnapauttamalla hiirellä tekstin päällä. Ohjeet merkintöjen tekemiseksi kuvaan näkyvät tehtävisivulla kuvan alapuolella. Käytä sen vierityspalkkia nähdäkseksi kaikki ohjeet!

Seuraavan kuvan tehtävä on ryhmästä “Suorakulmainen kolmio, trigonometrisia funktioita ja Pythagoraan lausetta sekaisin”. Käyttäjä on valinnut seuraavaksi ratkaistavaksi x:n ja ratkaisutavaksi Pythagoraan lauseen.

Trigonometria ja Pythagoraan lause

Tiedosto Asetukset

Ratkaisu Tehtävätyyppi Uusi tehtävä

Laskin Teoria Raportti Lopeta

Tehtävä 4

Laske oikeisen kuvan kolmion tuntemattomien sivujen pituudet ja kulmien suuruudet.

Esitä kuvan kolmiosta Pythagoraan lauseen mukainen yhtälö:

Potenssiin korotusta ei tarvitse tehdä, käytä $^2=^$ esim. $x^2=x^$

$4,74^2+8,21^2=x^2$

Ohjeet Arvostelu

Suttupaperi

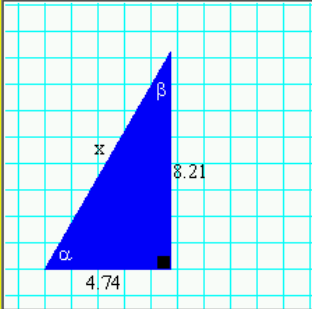
Potenssiin korotusta ei tarvitse tehdä, käytä $^2=^$ esim. $x^2=x^$

$x = \sqrt{\quad}$

Vastaa kahdella desimaalilla!

= \quad Arvostelu

Tehtävän pisteet: 1/6
Yhteispisteet: 1/24



A ● α ● Omat merkinnät pois

Suttupaperia

OHJEITA MERKINTÖJEN TEKEMISEKSI KUVAAN:
APUVIIVAN PIIRTÄMINEN KUVAAN:
Paina hiiren vasen painike alas viivan alkupisteessä, liikuta hiirtä painike alhaalla ja vapauta painike viivan

Geometria

Teoria:

Suorakulmion, suunnikkaan, kolmion, ympyrän ja sen osien, puolisuunnikkaan, neljäkkään ja säännöllisten monikulmioiden pinta-alojen laskeminen, yhdenmuotoiset kuviot (käsitelty lähinnä kolmioita) ja yhdenmuotoisten kuvioiden pinta-alojen sekä tilavuuksien suhde.

Esitetään myös lauseet “Ympyrälle piirretty tangentti on kohtisuorassa tangentin ja ympyrän sivuamispisteestä piirrettyä sädettä vastaan.” sekä “Puoliympyrän sisältämä kehäkulma on 90° .” soveltavine esimerkkeineen.

Harjoitukset:

Alussa valitaan tehtävätyyppi ja vaikeustaso:

- ◆ Perustehtäviä: Suorakulmio ja suunnikas
Kolmio
Ympyrä ja sen osat
Puolisuunnikas
- ◆ Vähän vaativampia: Kaikkia edellisiä sekaisin
- ◆ Vielä vaikeampia: Vaikeampia tehtäviä, useita pinta-alatyyppejä sekaisin

Pinta-alaharjoitukset on laadittu sillä periaatteella, että opiskelija voi halutessaan ratkaista tehtävän sillä tavalla kuin haluaa, esim suoraan laskimella, ja ilmoittaa vain vastauksen, siinä pinta-alayksikössä kuin haluaa. Vastauksen tarkkuus on kuitenkin oltava tehtävän lähtötietojen mukainen.

Jos opiskelija ei osaa tai haluaa muuten - varsinkin hankalampien tehtävien yhteydessä - ratkaista tehtävän vaiheittain, saa *Ohje-* (tai *Lisäohje-*) painiketta painamalla joko yksinkertaisen vihjeen tai kokonaisen ohjelomakkeen, jonka avulla ratkaistaan yksi tehtävän välivaihe. Välivaiheesta saatu välituloks päivittyy tehtävämäärityksen kuvaan. Välivaiheen ratkaisemisen jälkeen opiskelija voi sitten edetä itsenäisesti haluamallaan tavalla tai ottaa ohjeistettuna uuden välivaiheen painamalla *Lisäohje-* painiketta.

Perustehtävissä vaikeimpina asioina ovat esim. kolmion tai suunnikkaan korkeuden laskeminen Pythagoraan lauseella tai trigonometrisillä funktioilla tai ympyrän säteen laskeminen, kun piiri tunnetaan. Puolisuunnikkaista on kaksi erityyppistä tehtävää, joista toisessa pinta-alan laskeminen ohjeistetaan kahden kolmion pinta-alojen summana, toisessa suoraan puolisuunnikkaan pinta-alan kaavaan sijoittamalla.

Vähän vaativampia- ryhmän tehtävissä on kuvioita, jotka on jaettava osa-alueisiin, joiden pinta-alat sitten ratkaistaan perustehtävien tapaan.

Vielä vaikeampia- ryhmän tehtävissä on esim. säännöllisiä monikulmioita, neljäkäs, tylppäkulmainen kolmio, jossa kannan ja korkeuden valintaan on kiinnitettävä huomiota, segmentin pinta-alan laskeminen, suorakulmaiseen kolmioon piirretyn, mahdollisimman suuren ympyrän pinta-ala jne.

Kussakin ryhmässä on rajallinen määrä erilaisia tehtäviä, Vähän vaativampia- ryhmässä tosin kymmeniä. Näistä pyritään tarjoamaan ensin helpoimpia ja sitten vaikeampia. Tehtävälajia, joka on jo kertaalleen ratkaistu, ei enää tarjota, mikäli ratkaisemattomia on jäljellä. Siinä vaiheessa, kun kaikki erilaiset tehtävät on ratkaistu, käyttäjälle ilmoitetaan

tästä ja kysytään, haluaako käyttäjä vaihtaa jonkin muun ryhmän tehtäviin. Mikäli käyttäjä ei halua vaihtaa ryhmää, tarjotaan jo ratkaistujen tyyllisiä tehtäviä eri numeroarvoilla.

Ohjelomakkeilla vastausta pyydetään usein tietyllä desimaalien määrällä. Näin siitä syystä, että välivaiheen vastaus saa erota oikeasta vastauksesta korkeintaan tietyn rajan verran tullakseen hyväksytyksi. Silloin ei siis haittaa, vaikka desimaaleja on **enemmän** kuin pyydetty määrä. Näin esim. laskimesta voidaan tuoda välivaiheiden vastauskenttiin tiedot suoraan kopiaimalla ja liittämällä ilman, että ylimääräisiä desimaaleja tarvitsisi poistaa. Toisaalta, jos välivaiheen vastaus on kokonaisluku, ei nollia tarvitse lisätä desimaaleiksi.

Loppuraportti ilmoittaa laskettujen tehtävien määrän tehtävätyypeittäin, niistä kertyneiden pisteiden määrän sekä niiden tehtävien lukumäärän, joissa käytettiin ohjeita.

Opiskelija voi tehdä kuvaan omia merkintöjään: apuviivoja tai tekstiä tavanomaisin aakkosin tai kreikkalaisaakkosin.

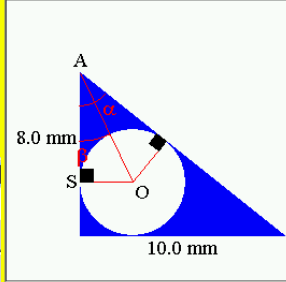
Viiva piirretään painamalla viivan aloituskohdassa hiiren vasen painike alas ja liikuttamalla hiirtä painike alas painettuna. Painike vapautetaan viivan päätepisteessä. Yksittäisen viivan voi poistaa klikkaamalla hiirellä jommassa kummassa viivan päätepisteessä. Kaikki omat merkinnät - niin viivat kuin tekstin - voi poistaa kerralla painikkeesta *Omat merkinnät pois*.

Tekstiä saa kuvaan painamalla ensin joko A:n vieressä näkyvää punaista palloa (= tekstiä tavallisin aakkosin) tai α:n vieressä olevaa punaista palloa (= tekstiä kreikkalaisaakkosin). Tekstin paikka näytetään klikkaamalla kuvan alueella sopivaa kohtaa. Silloin opiskelija saa rivin, johon haluttu teksti kirjoitetaan. Enterin painalluksella teksti jää kuvaan. Teksti on hiirellä raahaamalla siirrettävissä haluttuun paikkaan kuvassa. Yksittäisen tekstin voi poistaa kuvasta kaksoisnapauttamalla hiirellä tekstin päällä. Ohjeet merkintöjen tekemiseksi kuvaan näkyvät tehtäväsivulla kuvan alapuolella. Käytän vierityspalkkia nähdäksesi kaikki ohjeet!

Pinta-alat
Tiedosto Asetukset

Laskin Ratkaisu Tehtävätyyppi Uusi tehtävä
Teoria Raportti Lopeta

Tehtävä 1.
Suorakulmaiseen kolmioon, jonka kateetit ovat 10,0 mm ja 8,0 mm, piirretään mahdollisimman suuri ympyrä. Laske ympyrän pinta-ala.



Jatka Laskin

Ohje

Tehtävän ratkaisemiseksi tarvitaan myös kolmion kulman A asteluku. Muodosta kulman ratkaisemista varten trigonometrisilla funktioilla lauseke, jossa ainoana tuntemattomana on kulma.

Anna kulmalle α sellainen trigonometrisen funktion lauseke, jossa esiintyy vain tunnettujen sivujen pituuksia (ilman yksiköitä).

$\tan \alpha = \frac{10}{8}$ Arvostelu Ohjeet

Ilmoita kulman asteluku vähintään kolmella desimaalilla:
 $\alpha =$ Arvostelu Ohjeet

OMAT MERKINTÖJEN TEKEMISEKSI KUVAAN: VIIVAN PIIRTÄMINEN KUVAAN: Viivan vasen painike alas viivan alkupisteessä, liikuta ainke alhaalla ja vapauta painike viivan istessä.

Edellä olevassa kuvassa näkyy geometrian tehtävä ja Lisäohje- painikkeesta saatava, yhden välivaiheen ratkaisuun käytettävä lomake. Välivaiheen ratkaisemisen jälkeen ohjelma siirtää saadun välituloksen kuvaan ja sulkee välivaiheen lomakkeen. Käyttäjä voi jatkaa joko itsenäisesti haluamallaan tavalla tai katsomalla seuraavan ohjeen.

Avaruusgeometria 1

Teoria:

Käsitteet lieriö, suora ja vino lieriö, särmiö.

Suorakulmainen särmiö sekä sen tilavuus ja pinta-ala, kuutio sekä sen tilavuus ja pinta-ala.

Suora ympyrälieriö sekä sen tilavuus ja pinta-ala.

Kartio (pyramidin puhutun selityksen yhteydessä).

Pyramidi sekä sen tilavuus, suora ympyräkartio sekä sen tilavuus ja vaipan pinta-ala.

Pallo, sen tilavuus ja pinta-ala.

Esimerkkitehtäviä.

Kappaleita voidaan tarkastella myös 3-ulotteisina, pyörivinä, joko läpi näkyvinä tai läpi näkymättöminä. Kappaleen pyörimisnopeutta voidaan säätää 3-ulotteisen kappaleen valikon kohdasta *Nopeus*. Kappale pysähtyy, jos jossakin kuvan alueella klikataan hiirellä ja jatkaa taas liikettä, jos klikataan toistamiseen. 3-ulotteinen kuva on suljettava ennen kuin voidaan jatkaa teoriasivujen selaamista.

Harjoitukset:

Avaruusgeometrian harjoituksissa muodostetaan ensin tilavuuden tai pinta-alan lauseke. Tarvittava lauseke muodostetaan valitsemalla sopivia lausekkeen osia tehtävälomakkeella olevista vaihtoehdoista. Ohjeesta löytyy toki vinkkiä siihen, mitä osia tulisi valita. Kun lauseke sitten on oikein muodostettu, sijoitetaan siihen tehtävässä annetut lähtötiedot ja lasketaan lopuksi vastaus, yksikköä unohtamatta

Tehtäviin liittyvät kuvat ovat pyöriviä kappaleita. Pyöräminen voidaan pysäyttää klikkaamalla hiirellä kuvan päällä. Kappale jatkaa pyörimistä, mikäli klikataan toistamiseen. Näin kappaletta voidaan tarkastella erilaisista kuvakuvakulmista ja pysäyttää kuva itselle sopivimpaan kuvakulmaan.

Avaruusgeometria

Tiedosto Asetukset

A= a^2 $a \cdot b$ $b \cdot c$ $a \cdot c$ $\frac{1}{2}a \cdot h$ πr^2 a^3 $a \cdot b \cdot c$ $\frac{4}{3}\pi r^3$

V= $\cdot h$ r $2 \cdot$ $4 \cdot$ $6 \cdot$ $+$ $-$ $\frac{1}{3}$ π

$2 = "$
 $3 = \#$
 $\pi = 3,1416$

19. Kuution sisälle on laitettu mahdollisimman suuri pallo. Pallon säde on 1,7 m. Laske pallon ulkopuolelle jäävän kuution osan tilavuus. Aloita kaavan rakentamisella.

$V = a^3 - \frac{4}{3}\pi r^3$

V = 3,4³ m³ -

Vastaus:

Arvostelu
Ohjeet

Uusi tehtävä
Ratkaisu
Teoria
Raportti
Laskin
Lopeta

Pisteet: 3
Kokonaispisteet: 3/114

Avaruusgeometria 2

Harjoitukset:

Harjoituksissa on avaruusgeometrian soveltavia tehtäviä, jotka johtavat suorakulmisen kolmion trigonometriaan. Lasketaan esim. suoraan ympyrälieriöön mahtuvan kepin maksimipituutta tai kepin kaltevuuskulmaa, suoran ympyräkartion korkeutta tai sivujan kaltevuutta pohjan suhteen jne.

Ratkaisun löytyminen edellyttää ongelman hahmottamista kuvan avulla. Ohjelma tarjoaa tarvittavat välineet kuvan piirtämiseksi näyttöön. Käyttäjä valitsee ensin piirrettävän kuvion muodon, joko viivan, suorakulmion tai ympyrän (ellipsin). Kuvio piirretään

näyttöön siten, että hiirellä näytetään piirroksen aloituskohta ja siirretään sitten hiirtä vasen painike alas painettuna piirustusalueella. Tällöin näyttöön piirtyy valitun tyyppinen kuvio. Kun kuvio näyttää sopivalta, vapautetaan hiiren painike. Umpinaisen kuvion täyttöön liittyvät määreet - täytetään/ei täytetä, mahdollinen täyttökuvio, täyttöväri - voidaan valita, samoin viivamääreet viivan leveys ja väri sekä viivatyyppi (yhtenäinen vai katkoviiva).

Tekstiä saa kuvaan painamalla ensin joko A:n vieressä näkyvää punaista palloa (= tekstiä tavallisin aakkosin) tai α :n vieressä olevaa punaista palloa (= tekstiä kreikkalaisaakkosin). Tekstin paikka näytetään klikkaamalla kuvan alueella sopivaa kohtaa. Silloin opiskelija saa rivin, johon haluttu teksti kirjoitetaan. Enterin painalluksella teksti jää kuvaan. Teksti on hiirellä raahaamalla siirrettävissä haluttuun paikkaan kuvassa. Yksittäisen tekstin voi poistaa kuvasta kaksoisnapauttamalla hiirellä tekstin päällä. Piirtämisohjeet näkyvät tehtäväruudulla.

Tehtävien ohjeistus perustuu myös pitkälti kuvaan. Ensimmäisessä ohjeessa näytetään yleensä, millainen kuva tehtävästä syntyy. Myöhemmissä ohjeissa lisätään aina kuvaan lisää informaatiota. Viimeisessä ohjeessa tarjotaan käyttäjälle erillinen lomake, jonka avulla ratkaisu saadaan aikaan kuvaa hyväksi käyttäen. Ensimmäistä ohjetta lukuun ottamatta ohjeiden käyttö pienentää tehtävästä saatavien maksimipisteiden määrää, koska kuvat paljastavat ratkaisusta varsin oleellisia asioita.

Loppuraportti ilmoittaa laskettujen tehtävien määrän, niistä kertyneiden pisteiden määrän sekä niiden tehtävien määrän, joissa käytettiin ohjeita.

Seuraavassa kuvassa näkyy ruudullisella pohjalla käyttäjän itsensä piirtämä kuva ja sen alapuolella ohjeesta saatava, ohjelman tarjoama kuva. Tehtävämäärityksen alapuolella näkyy ylimpänä kohdat, joista valitaan joko viivan piirtäminen, suorakulmion piirtäminen tai ympyrän (ellipsin) piirtäminen. Niiden oikealla puolella olevasta kynän näköisestä painikkeesta saadaan esille viivaa koskevat tiedot. Kuvassa on valittuna viivan leveys 2 ja yhtenäinen viiva.

Siveltimen näköisestä painikkeesta saadaan esille kuvioiden täyttöä koskevat määreet. Kuvassa on valittuna 'ei täyttöä'. Tavallista tekstiä saa kuvaan painamalla A-kirjaimen vieressä olevaa punaista palloa. Seuraavaksi klikataan hiirellä ruudutetulla alueella kohtaa, johon teksti halutaan. Siihen ilmestyy rivi, jolle teksti kirjoitetaan. Kun teksti on kirjoitettu, painetaan Enteriä, jolloin teksti jää kuvaan. Kreikkalaiskirjaimin kirjoitettava teksti saadaan vastaavalla tavalla, mutta aluksi painetaan α -kirjaimen vieressä olevaa palloa.

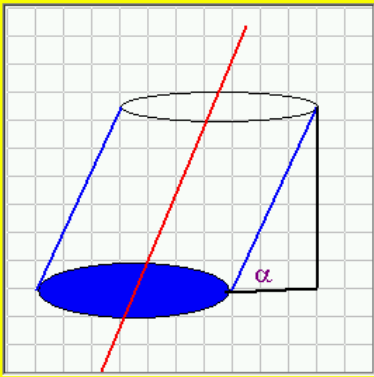
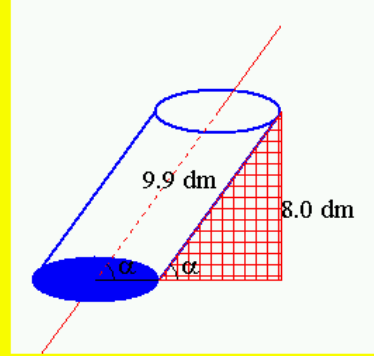
Avaruusgeometrian soveltavia tehtäviä

Tiedosto Asetukset

Laskin	Teoria	Uusi tehtävä
Ratkaisu	Raportti	Lopeta

Tehtävä 4.

Ympyrälieriön korkeus on 8.0 dm ja sivujan pituus 9.9 dm. Laske akselin kaltevuuskulma pohjan suhteen!

OHJEITA MERKINTÖJEN TEKEMISEKSI
TEHTÄVÄMÄÄRITYKSEN VIERESSÄ OLEVAAN
PIIRUSTUSALUEESEEN
VIIVAN TAI KUVION PIIRTÄMINEN:
Valitse viivan, suorakulmion tai ympyrän kuvake

Asteen merkki ° = A, esim. 10°=10A Lisäohje

Vastaus:

Arvostelu

Tehtävän pisteet: 0
Yhteispisteet: 0/24

Poista edellinen kuvio
Omat merkinnät pois
Suttupaperia

Eksponttifunktio

Teoria:

Esitetään eksponenttifunktion muoto sekä kantaluvin vaikutus eksponenttifunktion kuvaajaan. Käyttäjä voi myös itse analysoida funktiota valitsemalla erilaisia kantalukuja ja tutkimalla niitä vastaavia kuvaajia.

Eksponttiyhdytelöistä esitetään samaan kantalukuun perustuva ratkaisutapa sekä ratkaiseminen logaritmin avulla.

Harjoitukset:

Tehtävissä valitaan ensin kantaluku joukosta 10, 3, e, 2, 1/2 ja 1/3 (Ks. seuraava kuva). Sitten ohjelma kysyy funktion kasvavuutta tai vähenevyyttä sekä y-akselin leikkauskohdasta. Tämän jälkeen käyttäjä laskee funktion arvon joillakin muuttujan arvoilla ja merkitsee kuvaajan pisteitä koordinaatistoon. Kun pisteitä on riittävästi, painetaan Kuvaaja-painiketta. Tällöin ohjelma piirtää funktion kuvaajan. Ohjelma tarkistaa sekä taulukkoon että koordinaatistoon merkittävien pisteiden oikeellisuuden.

Eksponttifunktio

Tiedosto Asetukset

Tehtävä 3 Piirrä funktion $y = 3^x$ kuvaaja.

Laskin Uusi tehtävä Lopeta
Teoria Ratkaisu Raportti

Funktio on:
 kasvava % OK
 vähenevä

Kuvaaja leikkaa y-akselin kohdassa:
 $y = 1$ % OK
 Ohje

Laske funktion arvo muutamilla x:n arvoilla:

x	y
0	1
2	9
1	3

Kuvaaja

Merkitse pisteitä koordinaatistoon hiirellä klikkaamalla. Poista piste klikkaamalla pisteen kohdalla. Kun pisteitä on tarpeeksi, paina Kuvaaja-painiketta.

Pisteet: 2/6 Kokonaispisteet: 10/18

Kuvaajan piirtymisen jälkeen käyttäjän on vielä vastattava kuvaajan perusteella muutama kysymykseen (katso seuraava kuva).

Eksponttifunktio

Tiedosto Asetukset

Tehtävä 3 Piirrä funktion $y = 3^x$ kuvaaja.

Uusi tehtävä Lopeta
Teoria Ratkaisu Raportti

Selvitä kuvaajan perusteella: Vastaus:
 Ratkaisu

Kuinka paljon on $3^{1.8}$? 7.4 7.2

Mihin potenssiin luku 3 on korotettava, jotta saadaan 4? Ratkaisu
 OK

Vastauksien saamiseksi voit piirtää koordinaatistoon apuviivoja koordinaatiston yläpuolella olevien ohjeiden mukaan!

VIIVAN PIIRTÄMINEN JA POISTAMINEN:
 Piirtäminen:
 - Paina hiiren (ykkös)painike alas suoran alkupisteessä ja siirrä hiirisoitin suoran loppupisteeseen pitäen siirtämisen ajan hiiren

Pisteet: 5/6 Kokonaispisteet: 13/18

Loppuraportti ilmoittaa laskettujen tehtävien määrän, niistä kertyneiden pisteiden määrän sekä niiden tehtävien määrän, joissa käytettiin ohjeita.

Eksponttiyhtälöt

Teoria:

Eksponttiyhtälöistä esitetään samaan kantalukuun perustuva ratkaisutapa sekä ratkaiseminen logaritmin avulla. Teoria on eksponttifunktion teorian yhteydessä.

Harjoitukset:

Alussa valitaan tehtävätyyppi:

- Perustehtäviä (ei tarvita logaritmia)
- Logaritmin avulla ratkaistavia tehtäviä
- Kaikkia ei-sanallisia (= kahden edellisen ryhmän tehtäviä sekaisin)
- Sanallisia tehtäviä
- Kaikkia edellisiä sekaisin

Ratkaisu viedään läpi välivaiheittain ohjeiden mukaisesti. Loppuraportti ilmoittaa laskettujen tehtävien määrän yllä esitetyn tehtävätyyppijaottelun mukaisesti, kertyneiden pisteiden määrän sekä niiden tehtävien määrän, joissa käytettiin ohjeita.

The screenshot shows a software window titled "Eksponttiyhtälöitä" with a menu bar containing "Tiedosto" and "Asetukset". The main area has a yellow background. At the top right, it says "kertomerkki = K ; jakomerkki = /".

Tehtävä 3. Erään sijoitusrahaston arvioitu tuotto on 9.6 % vuodessa. Kalle Mallikas sijoitti rahastoon 890 euroa. Kuinka monen kokonaisen vuoden kuluttua sijoituksen arvo on yli 2260 euroa?

The solution is shown in a text box: $2260 = 890 \cdot (1 + 9,6/100)^t$. Below it, a note says "Lopeta eksponentin kirjoittaminen painamalla F1-näppäintä!".

Buttons for "Arvostelu" and "Ohjeet" are visible. On the right side, there is a vertical menu with buttons: "Uusi tehtävä", "Ratkaisu", "Tehtävätyyppi", "Lopeta", "Raportti", "Laskin", "Teoria", and "Täydet ohjeet pois".

At the bottom, there is a "Suftupaperi:" label and a text box. Below that, the scores are displayed: "Pisteet: 0/6" and "Kokonaispisteet: 0/18".

Logaritmifunktio

Teoria:

Esitetään logaritmifunktion muoto sekä kantaluvun vaikutus logaritmifunktion kuvaajaan. Käyttäjä voi myös itse analysoida funktiota valitsemalla erilaisia kantalukuja ja tutkimalla niitä vastaavia kuvaajia.

Harjoitukset:

Tehtävissä valitaan ensin kantaluku joukosta 10, 3, 2, 1/2 ja 1/3. Sitten ohjelma kysyy funktion kasvavuutta tai vähenevyyttä sekä y -akselin leikkauskohtaa. Tämän jälkeen käyttäjä laskee funktion arvon joillakin muuttujan arvoilla ja merkitsee kuvaajan pisteitä koordinaatistoon. Kun pisteitä on riittävästi, painetaan Kuvaaja-painiketta. Tällöin ohjelma piirtää funktion kuvaajan. Ohjelma tarkistaa sekä taulukkoon että koordinaatistoon merkittävien pisteiden oikeellisuuden.

Tehtävä 1 Piirrä funktion $y = \log_2 x$ kuvaaja.

Funktio on:
 kasvava % vähenevä

Kuvaaja leikkaa x-akselin kohdassa:
x = 1 %

Laske funktion arvo seuraavilla x:n arvoilla:
Ruutukohtainen ohje: kaksoisnapautus ko. ruudussa

x	y
1/2	
1	
2	
4	
8	

Mihin potenssiin kantaluku 2 on korotettava, jotta saadaan 1/2?

Pisteet: 2/8 Kokonaispisteet: 2/8

Kuvaajan piirtymisen jälkeen käyttäjän on vielä vastattava kuvaajan perusteella muutama kysymykseen (katso oheinen kuva). Tehtävissä on vastattavia kohtia muita osioita enemmän, joten tehtävän maksimipistemäärä on 8.

Logaritmifunktio

Tiedosto Asetukset

Uusi tehtävä Lopeta

Teoria Ratkaisu Raportti

Tehtävä 1 Piirrä funktion $y = \log_2 x$ kuvaaja.

Selvitä kuvaajan perusteella:

Mikä on luvun 4.9 2-kantainen logaritmi? Vastaus:

Ratkaisu

Minkä luvun 2-kantainen logaritmi on -0.5?

Ratkaisu OK

Mihin potenssiin luku 2 on korotettava, jotta saadaan 2.2?

Ratkaisu OK

Kuinka paljon on $2^{1.5}$?

Ratkaisu OK

Vastauksien saamiseksi voit piirtää koordinaatistoon apuviivoja koordinaatiston yläpuolella olevien ohjeiden mukaan!

VIIVAN PIIRTÄMINEN JA POISTAMINEN:
Piirtäminen:
 - Paina hiiren (ykkös)painike alas suoran alkupisteessä ja siirrä hiiriosoitin suoran loppupisteeseen pitäen siirtämisen ajan hiiren

Pisteet: 5/8 Kokonaispisteet: 5/8

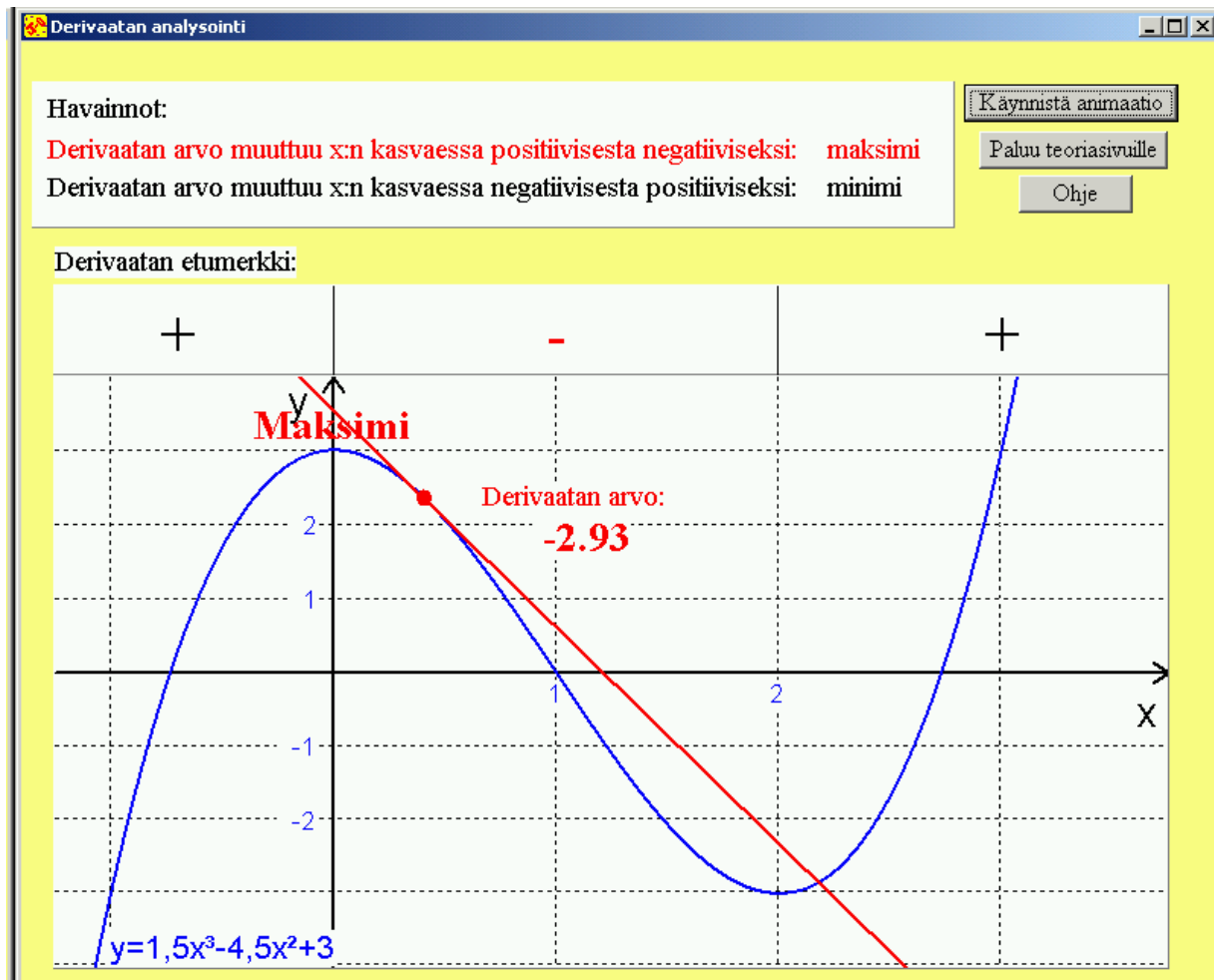
Loppuraportti ilmoittaa laskettujen tehtävien määrän, niistä kertyneiden pisteiden määrän sekä niiden tehtävien määrän, joissa käytettiin ohjeita.

Derivaatta 1

Polynomifunktion derivointi

Teoria:

Teoria on kaikille derivaattaa käsitteleville osioille yhteinen. Siinä käsitellään aluksi derivaattaa kuvaajan tangentin kulmakertoimenä. Käyttäjä voi seurata derivaatan arvon muuttumista kuvaajakäyrän eri kohdissa erään funktion tapauksessa. Sitten käsitellään derivaattafunktiota ja sen muodostamissääntöjä esimerkkitehtävien. Esille otetaan polynomifunktion derivoimiseen tarvittavat säännöt. Seuraavaksi tarkastellaan funktion kasvavuuden tai vähenevyyden tutkimista derivaatan avulla. Taas käyttäjällä on mahdollisuus seurata derivaatan arvojen muuttumista erään funktion tapauksessa. Vielä käsitellään funktion paikallisia ääriarvoja, ääriarvon laadun selvittämistä derivaatan merkkikaavion avulla, funktion suurinta ja pienintä arvoa sekä ääriarvosovelluksia, kaikkia esimerkkitehtävien kera. Myös ääriarvojen määrittelyn sekä derivaatan merkkikaaviotarkastelun kohdalla käyttäjä voi havainnoida tilannetta kuvan avulla erään funktion tapauksessa.



Harjoitukset:

Alussa valitaan tehtävätyyppi:

- Perustehtäviä
- Hieman vaikeampia tehtäviä
- Sekä perustehtäviä että hieman vaikeampia tehtäviä

Tehtävien a)-kohdassa derivoidaan jokin polynomifunktio, b)-kohdassa lasketaan joko derivaatan arvo annetussa pisteessä tai ratkaistaan, missä pisteessä derivaatta saa tietyn arvon. Perustehtävissä funktion lauseke on valmiiksi polynomi, hieman vaikeammissa tehtävissä lauseke annetaan kahden polynomin tulona, jossa on ensin suoritettava kertolasku.

Loppuraportti ilmoittaa laskettujen tehtävien määrän edellä mainitun tehtävätyyppi jaotelmukaisesti, kertyneiden pisteiden määrän sekä niiden tehtävien määrän, joissa käytettiin ohjeita.

The screenshot shows a window titled "Derivointiharjoituksia" with a menu bar containing "Tiedosto" and "Asetukset". The main area has a yellow background and contains the following text:

Tehtävä 1. a) Derivoi funktio $f(x) = (-x + 3)(-x^2 - x - 1)$.

b) Laske $f'(-3)$.

a) Funktio sulut purettuna ja samanmuotoiset termit yhdistettynä:

$f(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3$

$f'(x) = 3x^2 - 4x - 2$

On the left side, there are two pink boxes: the top one contains "2 = ''" and the bottom one contains "3 = #".

On the right side, there is a vertical stack of buttons: "Uusi tehtävä", "Ratkaisu", "Tehtävätyyppi", "Ohjeet pois", "Teoria", "Laskin", "Lopeta", and "Raportti".

Below the function definition, there are two buttons: "Arvostelu" and "Ohjeet".

At the bottom, there is a text area labeled "Suttupaperi" containing the following text:

```
x^3+x^2+x-3x^2-3x-3
=x^3-2x^2-2x-3
```

At the bottom right, the scores are displayed in red text:

Pisteet: 2
Kokonaispisteet: 2/6

Derivaatta 2

Polynomifunktion ääriarvot

Teoria: Ks. Derivaatta 1: teoria

Harjoitukset:

Alussa valitaan tehtävätyyppi:

- Perustehtäviä
- Hieman vaikeampia tehtäviä
- Tehtäviä, joissa ei ääriarvoa
- Kaikkia edellisiä sekaisin

Tehtävänä on määrittää annetun funktion ääriarvot ja piirtää funktion kuvaaja. Perustehtävissä funktiona on 2. asteen polynomifunktio, hieman vaikeammissa ja niissä, jossa ei ole ääriarvoa, 3. asteen polynomifunktio.

Tehtäviä ratkaistaessa muodostetaan derivaatan lauseke, lasketaan derivaatan nollakohdat sekä muodostetaan derivaatan merkkikaavio ja valitaan mahdolliset minimi- ja maksimit. Lopuksi lasketaan kuvaajan piirtämistä varten funktion arvoja muutamissa pisteissä ja merkitään ne koordinaatistoon. Kun pisteitä on riittävästi, painetaan *Kuvaaja*-painiketta, jolloin kuvaaja piirtyy näyttöön.

Funktion ääriarvot.

Tiedosto Asetukset

Tehtävä 2. Määritä funktion $f(x) = x^3 - 3x^2$ ääriarvot ja piirrä funktion kuvaaja. Pisteet: 4
Kokonaispisteet: 7/12

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

Yhtälö derivaatan nollakohdan ratkaisemiseksi:
 $3x^2 - 6x = 0$

Derivaatan nollakohdat:
 $x_1 = 0$ $x_2 = 2$

Merkitse
 Minimiarvo $f(0) = 0$
 Maksimiarvo
 Ei kumpikaan

Merkitse
 Minimiarvo $f(2) = -4$
 Maksimiarvo
 Ei kumpikaan

Suttupaperi
 $3x(x-2)=0$

Derivaatan merkkikaavio

	0	2	
	+	-	+
	maksimikohta		minimikohta

Jatka

Edellisen kuvan esimerkissä derivaatan nollakohtien määrittämisen jälkeen muodostetaan derivaatan merkkikaavio seuraavan kuvan tapaan. Derivaatan merkin määrittämisen tueksi käyttäjä voi hahmotella derivaatan kuvaajan ja merkitä siihen haluamiaan aputietoja, esim. x -akselin leikkauspisteet. Nämä näkyvät seuraavan kuvan oikeassa reunassa.

Kun derivaatan merkkikaavio on muodostettu, *Jatka*- painikkeen painalluksella palataan takaisin jatkamaan ratkaisun muodostamista varsinaiselle tehtävölmakkeelle. Siellä on vuorossa funktion arvon laskeminen derivaatan nolokohdissa sekä maksimin ja minimin valinta. Niiden valitsemista varten voi taas tarkastella aiemmin muodostettua derivaatan merkkikaaviota. Se näkyy edellisessä kuvassa oikealla.

Derivaatan merkkikaavio

$f'(x) = 3x^2 - 6x :$

$f(x) = x^3 - 3x^2 :$

0 2

+ - +

maks min

Ohje Arvostelu Jatka

Funktion kulkukaavion hahmottelussa piirrä tarpeelliset janat siten, että ne alkavat ja päättyvät kahden saman värisen palkin alueella.
Katsa tarkemmin ohjeesta.

Alla olevan sinisen raamin sisään voit piirtää apukuvan ja merkitä tekstiä. Valitse ensin raamin alapuolelta kirjoitatko tekstiä vai piirrätkö suoran tai paraabelin. Piirtäminen tapahtuu siirtämällä hiirtä hiiren vasen nappi alas

$f'(x)$

+ - +

0 2

Valitse

1. Suora

2. Paraabeli

3. Tekstiä

Kun ääriarvot on saatu määritettyä, piirretään vielä funktion kuvaaja. Sitä varten lasketaan funktion arvoja joissakin pisteissä ja merkitään pisteet koordinaatistoon. Kun pisteitä on riittävästi, painetaan *Kuvaaja*-painiketta, niin kuvaaja piirtyy näyttöön (ks. seuraava kuva).

Tehtävän ratkaisun katsomisen yhteydessä on mahdollisuus analysoida joko funktion, derivaatan tai molempien arvoja tehtävän funktion tapauksessa.

Funktion ääriarvot.

Tiedosto Asetukset

Tehtävä 2. Määritä funktion $f(x) = x^3 - 3x^2$ ääriarvot ja piirrä funktion kuvaaja. **Pisteet: 6**
Kokonaispisteet: 9/12

Suttupaperi
 $3x(x-2)=0$

Uusi tehtävä
 Ratkaisu
 Tehtävätyyppi
 Teoria
 Laskin
 Lopeta
 Raportti

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

Yhtälö derivaatan nollakohdan ratkaisemiseksi:
 $3x^2 - 6x = 0$

Derivaatan nollakohdat:

$x_1 = 0$ $x_2 = 2$
 $f(0) = 0$ **maksimi**
 $f(2) = -4$ **minimi**

Laske (ääriarvojen lisäksi) muita kuvaajan pisteitä (1 desimaali):
 (Jos antamasi luku muuttuu punaiseksi, siinä on korjattavaa!
 Korjaa silloin virhe tai poista kaikki punaiset numerot!)

x	y
1.0	-2.0
-1.0	-4.0
3.0	0.0

Ohje

Loppuraportti ilmoittaa laskettujen tehtävien määrän edellä mainitun tehtävätyyppi- jaot-
 telun mukaisesti, kertyneiden pisteiden määrän sekä niiden tehtävien määrän, joissa
 käytettiin ohjeita.

Derivaatta 3

Polynomifunktion suurin ja pienin arvo

Teoria: Ks. Derivaatta 1:n teoria

Harjoitukset:

Alussa valitaan tehtävätyyppi:

- Perustehtäviä
- Hieman vaikeampia tehtäviä
- Molempia edellisiä

Tehtävänä on määrittää annetun polynomifunktion suurin ja pienin arvo annetulla sulje-
 tulla välillä. Tehtäviä ratkaistaessa muodostetaan derivaatan lauseke, ratkaistaan derivaa-
 tan nollakohdat, lasketaan funktion arvo välin päätepisteissä sekä derivaatan nollakoh-
 dissa ja valitaan niistä suurin ja pienin.

Perustehtävissä funktiona on 2. asteen polynomifunktio, hieman vaikeammissa 3. asteen polynomifunktio.

Loppuraportti ilmoittaa laskettujen tehtävien määrän yllä mainitun tehtävätyyppiäotteen mukaisesti, kertyneiden pisteiden määrän sekä niiden tehtävien määrän, joissa käytettiin ohjeita.

Tehtävä 2.

Määritä funktion $f(x) = x^3 + 9x^2 + 24x - 5$ suurin ja pienin arvo välillä $[-6, -1]$.

$f'(x) = 3x^2 + 18x + 24$

Yhtälö derivaatan nollakohdan ratkaisemiseksi:
 $3x^2 + 18x + 24 = 0$

Derivaatan nollakohdat:
 $x_1 = -4$ $x_2 = -2$

$f(-4) = -21$ Merkitse
 Pienin arvo
 Suurin arvo
 Ei kumpikaan

$f(-2) = -25$ Merkitse
 Pienin arvo
 Suurin arvo
 Ei kumpikaan

$f(-6) = -41$ Merkitse
 Pienin arvo
 Suurin arvo
 Ei kumpikaan

$f(-1) = -21$ Merkitse
 Pienin arvo
 Suurin arvo
 Ei kumpikaan

Arvostelu Ohjeet Esimerkki

Suttupaperi
 $3(x^2 + 6x + 8) = 0$

Pisteet: 5
 Kokonaispisteet: 5/12

Derivaatta 4

Ääriarvosovelluksia

Teoria: Ks. Derivaatta 1:n teoria

Harjoitukset:

Alussa valitaan tehtävien vaikeustaso:

- Perustehtäviä
- Hieman vaikeampia tehtäviä
- Molempia edellisiä

Tehtävissä muodostetaan ensin tarvittava funktio ja sen derivaatta sekä lasketaan derivaatan nollakohdat ja funktion arvo niissä. Jos funktio on toista astetta, käytetään suurimman tai pienimmän arvon valinnassa hyväksi kuvaajan paraabelimuotoa. Muissa tapauksissa lasketaan funktion arvo derivaatan nollakohdissa ja välin päätepisteissä ja valitaan niistä suurin tai pienin.

Tehtävä 2

Markkinatutkimuksen mukaan laskimen kuukausimyynti pieneni 5 kappaleella, kun hintaa korotettiin 1 eurolla. Kun laskimen hinta oli 28 euroa, sitä myytiin kuukaudessa 170 kappaletta. Määritä laskimen myynnistä saatava suurin mahdollinen myynnin arvo kuukaudessa. Vihje: Valitse muuttujaksi x hinnan korotus euroina.

Laske funktion arvo derivaatan nollakohdassa ja kirjoita vastaus tyhjiin ruutuun.

$f(x) = 4760 + 30x - 5x^2$

$f'(x) = -10x + 30$

Yhtälö derivaatan nollakohdan ratkaisemiseksi:
 $-10x + 30 = 0$

Derivaatan nollakohta:
 $x = 3$

Funktion arvo derivaatan nollakohdassa:
 $f(3) = 4805$

Suttupaperi
 $(170 - 5x)(28 + x)$
 $= 4760 + 170x - 140x - 5x^2$
 $= 4760 + 30x - 5x^2$

Pisteet: 3
Kokonaispisteet: 7/12

Edellisen kuvan esimerkin tapauksessa käytetään hyväksi muodostetun funktion kuvaajan muotoa:

The image shows two screenshots of a software interface for solving math problems. The interface is titled "Ääriarvosovelluksia" and contains a problem description, mathematical functions, and a choice of graph types.

Problem Description: Markkinatutkimuksen mukaan laskimen kuukausimyynti pieneni 5 kappaleella, kun hintaa korotettiin 1 eurolla. Kun laskimen hinta oli 28 euroa, sitä myytiin kuukaudessa 170 kappaletta. Määritä laskimen myynnistä saatava suurin mahdollinen myynnin arvo kuukaudessa. Vihje: Valitse muuttujaksi x hinnan korotus euroina.

Functions:
 $f(x) = 4760 + 30x - 5x^2$
 $f'(x) = -10x + 30$

Graph Type Selection: Valitse oikea vaihtoehto ja paina OK.
 Funktion kuvaaja on:
 ylöspäin aukeava paraabeli
 alaspäin aukeava paraabeli
 nouseva suora
 laskeva suora

Worked Example: Suttupaperi
 $(170 - 5x)(28 + x)$
 $= 4760 + 170x - 140x - 5x^2$
 $= 4760 + 30x - 5x^2$
 Pisteet: 4
 Kokonaispisteet: 8/12

Second Screenshot: The same interface, but the graph type selection is now "Oikein! Funktion kuvaaja on alaspäin aukeava paraabeli." and the question asks for the maximum value of the function.

Graph Type Selection: Oikein! Funktion kuvaaja on alaspäin aukeava paraabeli.
 Vastaa vielä seuraavaan kysymykseen:
 Alaspäin aukeavalla paraabelilla on derivaatan nollakohdassa:
 suurin arvo
 pienin arvo

Worked Example: Suttupaperi
 $(170 - 5x)(28 + x)$
 $= 4760 + 170x - 140x - 5x^2$
 $= 4760 + 30x - 5x^2$
 Pisteet: 4
 Kokonaispisteet: 8/12

Tämän jälkeen muodostetaan vielä vastaus.

Todennäköisyys

Teoria:

Määritellään tapahtuman klassinen ja tilastollinen todennäköisyys. Selvitetään tuloperiaate, erilaisten jonojen lukumäärä, järjestettyjen ja järjestämättömien osajoukkojen lukumäärä, kertosääntö, yleinen kertosääntö, yhteenlaskusääntö, yleinen yhteenlaskusääntö, komplementtisääntö sekä binomitodennäköisyys. Kaikista tapauksista esimerkkitehtäviä.

Harjoitukset:

Alussa valitaan tehtävätyyppi:

- Perustehtäviä
- Perustehtäviä binomitodennäköisyydestä
- Myös vaativampia tehtäviä binomitodennäköisyydestä
- Kaikkia edellisiä

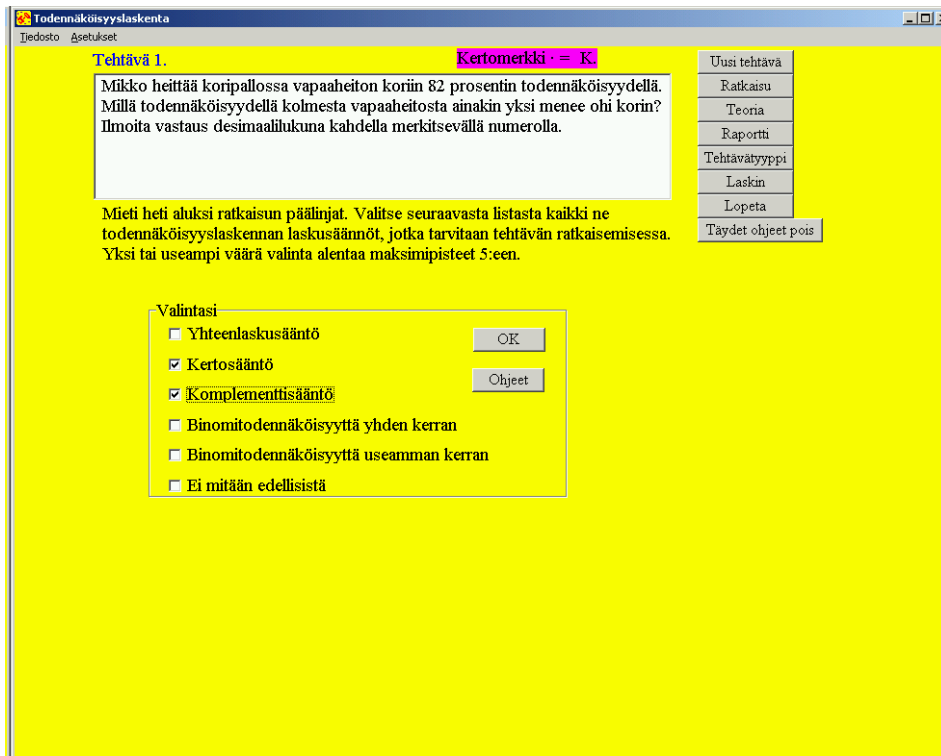
Perustehtävissä ratkaisu saadaan käyttämällä kertosääntöä, yleistä kertosääntöä tai komplementtisääntöä.

Binomitodennäköisyyden perustehtävät ovat muotoa “Millä todennäköisyydellä tapahtuma esiintyy täsmälleen k kertaa?”. Vaativammissa binomitodennäköisyyden tehtävissä esiintyy satunnaisesti myös tapauksia “vähintään k kertaa” tai “korkeintaan k kertaa”.

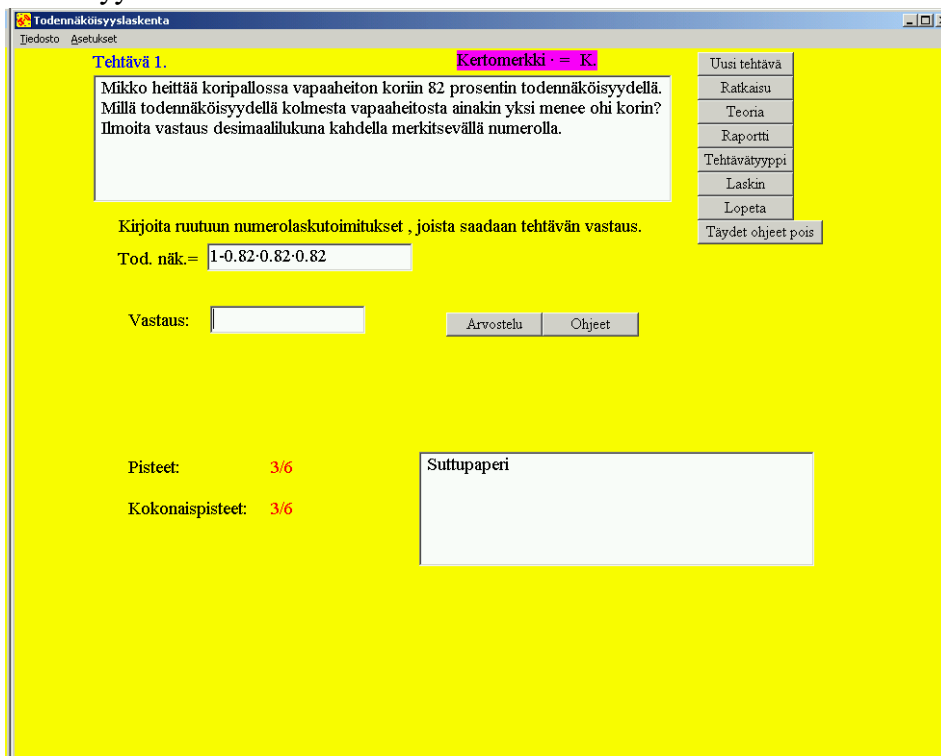
Kaikissa tehtävätyypeissä ratkaisun periaate on mietittävä heti alussa. Ohjelma kysyy, mitä seuraavista todennäköisyyslaskennan laskusäännöistä tehtävässä tarvitaan:

- Yhteenlaskusääntö
- Kertosääntö
- Komplementtisääntö
- Binomitodennäköisyys yhden kerran
- Binomitodennäköisyys useamman kerran
- Ei mitään edellisistä

Näistä on valittava **kaikki** ratkaisussa käytettävät säännöt. Ohjeita saa tarvittaessa *Ohjeet*-painikkeesta. *Lisäohjeet*-painikkeesta ilmoitetaan lopulta, mitä näistä on valittava, mutta silloin ratkaisusta saatavien pisteiden maksimimäärä putoaa neljään.



Tehtävää ratkaistaessa muodostetaan ensin tarvittava lauseke ja lasketaan siitä kysytty todennäköisyys:



Loppuraportti ilmoittaa laskettujen tehtävien määrän yllä mainitun tehtävätyyppi- ja otteen mukaisesti, kertyneiden pisteiden määrän sekä niiden tehtävien määrän, joissa käytettiin ohjeita.

Yksikkömuunnoksia

Teoria:

Pituus-, pinta-ala-, tilavuus- ja massayksiköiden muunnokset esimerkkeineen.

Harjoitukset:

Alussa tehdään valinta tehtävätyypistä ja vaikeustasosta:

Mitä yksikkömuunnoksia harjoitellaan?

- ◆ Pituusyksiköitä
- ◆ Pinta-alayksiköitä
- ◆ Tilavuusyksiköitä
- ◆ Massayksiköitä
- ◆ Kaikkia edellisiä sekaisin

Valitse myös vaikeusaste:

- ◆ Perustehtäviä
- ◆ Hieman vaikeampia tehtäviä

Perustehtävissä on numeroarvoiltaan helpompia ja tavallisimpia yksiköitä sisältäviä tehtäviä.

Vaikeammissa tehtävissä esiintyy myös vähemmän käytettyjä yksiköitä ja numeroarvoiltaan hankalampia tehtäviä.

Loppuraportti ilmoittaa laskettujen tehtävien määrän sekä niistä kertyneiden pisteiden määrän sekä niiden tehtävien määrän, jotka käytiin ohjeistetusti.

Yksikkömuunnoksia

Tiedosto Asetukset

Uusi tehtävä	Lopeta	Teoria
Ratkaisu	Raportti	Tehtävätyyppi

Tehtävä 7. Muunna 67.039 l kuutiometreiksi.

Vastaus:

Ohjeet

Arvostelu

Tehtävän pisteet: 6/6

Yhteispisteet: 6/42

Suttupaperi